

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM WINTER-SEMESTER 2007/2008

FACH: Ergänzungen zur Analysis A

NAME:

Bsonders Gscheitle

DATUM: 19.12.2007

ZEIT: 9.45 – 10.15

SEMESTER:

M1

PRÜFER: Dr. Fischer, Dr. Erben

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Aufgabe 1.

a) $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$

$$f'(x) = \boxed{\frac{-1}{\sin^2 x}}$$

b) $f(x) = \ln \cos(x^2)$

$$f'(x) = \boxed{\frac{-2x \sin(x^2)}{\cos(x^2)}}$$

c) $f(x) = \ln(\cos^2 x)$

$$f'(x) = \boxed{\frac{-2 \sin(x)}{\cos(x)}}$$

d) $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$

$$f'(x) = \boxed{\frac{-1}{1-x} - \frac{1}{1+x} = \frac{-2}{1-x^2}}$$

e) $f(x) = \ln(2 \cdot e^{x^2})$

$$f'(x) = \boxed{2x}$$

f) $f(x) = \ln(2 + e^{x^2})$

$$f'(x) = \boxed{\frac{2xe^{x^2}}{2 + e^{x^2}}}$$

g) $f(x) = e^{2 \ln x}$

$$f'(x) = \boxed{2x}$$

Aufgabe 2. $f(x) = e^{-5x} \cos 2x$

$$f'(x) = \boxed{-5e^{-5x} \cos 2x - 2e^{-5x} \sin 2x}$$

$$f''(x) = \boxed{21e^{-5x} \cos 2x + 20e^{-5x} \sin 2x}$$

Aufgabe 3. Bestimmen Sie für die Funktionen mit den angegebenen Gleichungen den (maximalen) Definitionsbereich $D(f)$ und die Ableitung $f'(x)$.

a) $f(x) = \sqrt{\ln x}$

$$D(f) = [1, \infty)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}}$$

b) $f(x) = \ln x^2$

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$f'(x) = \frac{2}{x}$$

c) $f(x) = \ln(1 + \ln x)$

$$D(f) = \left(\frac{1}{e}, \infty\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$$

Aufgabe 4. $f(x) = \cos \frac{x}{2}$

$$f'(\pi) = \boxed{-\frac{1}{2}} \quad f'(2\pi) = \boxed{0}$$

$$f''(\pi) = \boxed{0} \quad f''(2\pi) = \boxed{\frac{1}{4}}$$

$$f^{(3)}(\pi) = \boxed{\frac{1}{8}} \quad f^{(3)}(2\pi) = \boxed{0}$$

$$f^{(4)}(\pi) = \boxed{0} \quad f^{(4)}(2\pi) = \boxed{-\frac{1}{16}}$$